Theis解及びHuntsh-Jacob解による揚水試験の解析プログラム

谷中　隆明

1　はじめに

帯水層の水理定数を正確に知ることは，地下水利用計画，地盤沈下調査あるいは地下水汚染の解析等，地下水にかかわるあらゆる現象を解析する際の必須の要件である．水理定数は，主に，

①帯水層の試料を採取して室内試験

②現地での揚水試験

の二通りの方法によって求められる．しかし，前者の方法による値は，試料採取地点のみについてのものであり，また，採取試料の状態が帯水層内にあったときと異なる等，欠点が多く，一般には，代表性及び信頼性のより高い後者の方法によることが多い．

揚水試験の結果から水理定数を得る方法は，多数提案されている[1]が，そのなかでも特に，Theisの式[2]に基づくJacobの簡易式が用いられることが多い．これは，水理定数を算出する手順が非常に簡単なことによる．しかし，Theisの式は，帯水層を挟む地層からの漏水が無いとした場合の理論であり，明らかに漏水が認められる井戸については，この式の適用は必ずしも適当ではない．そのような井戸に適用できる式としては，帯水層の上層が漏水性，下層が不透水性としたHuntash－Jacobの理論式[3]がある．しかし，この式を用いる場合は，Jacobの簡易式に比べて手順がはるかに煩雑であり，多数の井戸のデータを処理するには，長時間を要する．

そこで，各井戸の揚水試験の結果から漏水の有無を判定し，それぞれHuntash－Jacobの式あるいはJacobの簡易式により，帯水層の水理定数をもとめる一連の手順を，パーソナルコンピュータにより，迅速且つ正確に行えるようにしたので報告する．なお，一般に得られる揚水試験のデータは，揚水井が観測井を兼ねているため，測定水頭は，ストレーナ及び揚水管の部分での水頭低下分だけ低くなる．そこで，揚水試験のうちの段階揚水試験結果から井戸効率をもとめ，測定水頭を補正して，水理定数の計算値をより正確なものとした．また，水理定数を計算する際に必要な揚水井から観測井までの距離は，ストレーナ半径を用いた．

2　方　　法

Theisの式は，

$$s = (Q/4\pi T)W(u). \quad (1)$$

$$W(u) = \int_u^\infty (\exp(-u)/u)\,du. \quad (2)$$

$$u = r^2S/(4tT). \quad (3)$$

ここで，sは帯水層における低下水頭，Qは揚水流量，Tは透水量係数，W(u)は井戸関数，rは揚水井からの距離（ストレーナ半径），Sは貯留係数，tは揚水時間を表す．式(1)からlog t－s曲線を描くと，図－1のようになる．uが十分小さいとき，式(1)は簡略化されて，いわゆるJacobの簡易式となり，

$$T = 0.183\ Q/\Delta s \quad (4)$$

$$S = 2.25\ T\ t_0/r^2 \quad (5)$$

を得る．ここで，Δsは，log t－s曲線の$t^2/t^1 = 10$なる時間t_1，t_2における水頭低下量の差，t_0は2点(t_1, s_1)，(t_2, s_2)の延長線がs＝0の線と交わる点のtを表す．

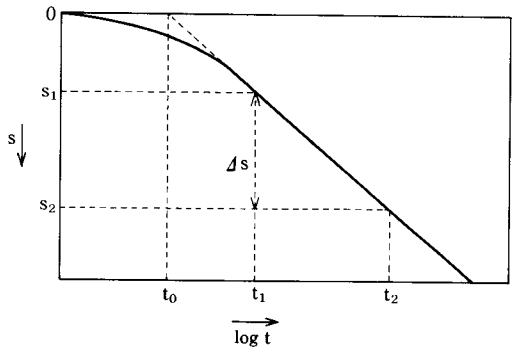
一方，Huntash－Jacobの式は，

$$S = (Q/4\pi T)W(u, r/B). \quad (6)$$

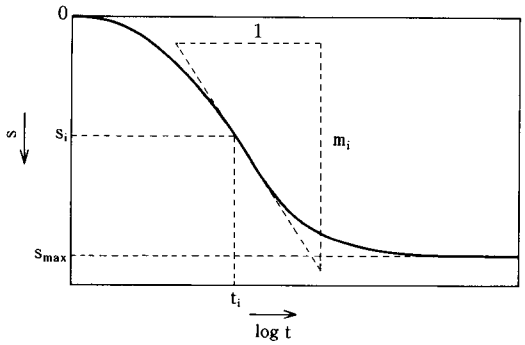
$$W(u, r/B) = 2K_0(r/B) - \int_q^\infty (1/y)\exp(-y - r^2/(4B^2y))\,dy. \quad (7)$$

$$q = r^2/(4B^2u). \quad (8)$$

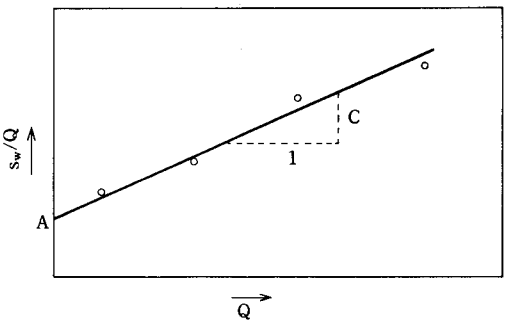
$$B^2 = b'T/K'. \quad (9)$$



図－1　Theisの式による低下水頭の経時変化
（非漏水性帯水層からの連続揚水試験）
t：時間，　s：低下水頭，　$t_2/t_1 = 10$



図－2　Huntash－Jacobの式による低下水頭の経時変化（漏水性帯水層からの連続揚水試験）t：時間，s：低下水頭，$s_i = s_{max}/2$，m_i 点(t_i, s_i)での接線の勾配



図－3　段階揚水試験
$s_w/Q = A + CQ$
s_w：揚水井の低下水頭，　Q：揚水流量

ここで，$K_0(r/B)$ は第二種0階のBessel関数，b'は漏水層の厚さ，K'は漏水層の透水係数を表す．式(6)から log t－s 曲線を描くと，図－2のようになる．式(6)から式(9)により，

$$T = 0.183\ Q/(m_i\ \exp(r/B)) \quad (10)$$

$$S = 4Tt_i u_i / r^2 \quad (11)$$

$$K' = b'T/B^2 \quad (12)$$

を得る．ここで，m_i は，最大水頭低下量を s_{max} としたとき，$s = s_{max}/2 = s_i$ なるときの曲線の勾配，t_i は $s = s_i$ なるときの時間，u_i は $s = s_i$ 及び r／B，T，Qの各値から得られる u の値を表す．

井戸効率Eは，

$$E = s/s_w \quad (13)$$

で表される．ここで，s_w は揚水井の管内における低下水頭を表す．一般に，s_w は，

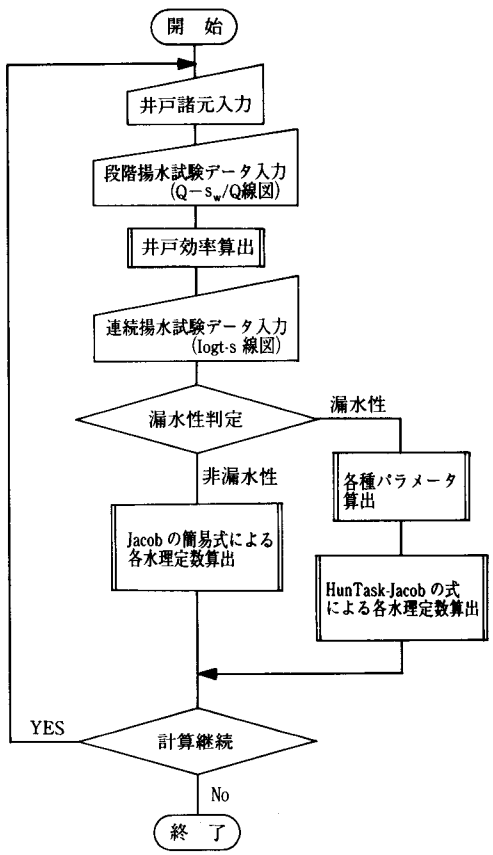
$$s_w = AQ^m + CQ^n \quad (14)$$

で表される．ここで，A，C，m，nは定数である．式(14)の右辺第一項は，帯水層における低下水頭，第二項は，井戸のストレーナ及び管内での低下水頭を表す．帯水層での流れは層流，ストレーナ及び管内の流れは乱流と考えられるから，m，nをそれぞれ1及び2と置くことができ，

$$E = A/(A + CQ). \quad (15)$$

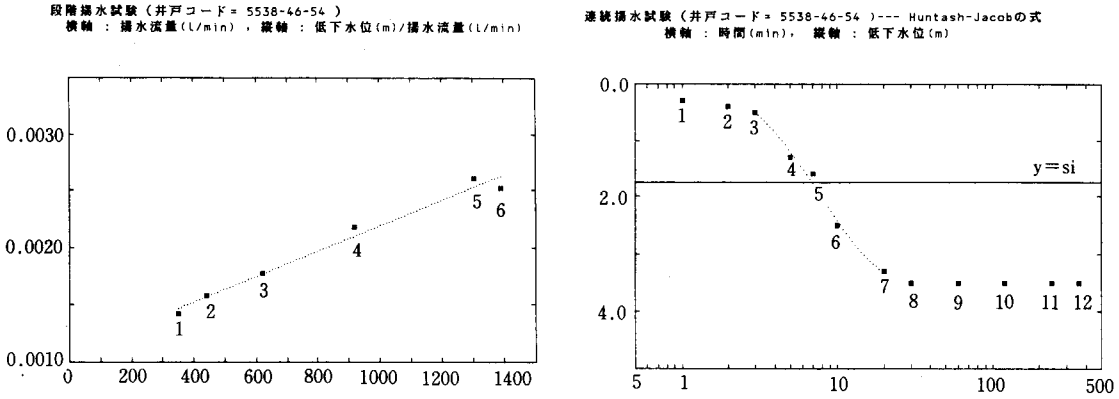
そこで，揚水試験の際，最初に実施する段階揚水試験の結果から Q－s_w／Q線図（図－3参照）を作成し，最小自乗法により回帰直線を求めて，定数A，Cを得る．漏水性の有無は，連続揚水試験結果を s－log t 線図に表し，時間の経過と共に水頭が一定になるか，直線的に低下し続けるかによって判定する．

プログラムのフローチャートを，図－4に示す．なお，漏水性の帯水層の水理定数を計算する際，m_iは，最小自乗法による3次回帰式の微分係数から求めた．また，r／B及びu_iの値は，Huntash－Jacobによって与えられた各数表を二分探索法により表探索したのち，線形補間によって求めた．



図－4　フローチャート

計算機は，日本電気製PC－9801 VM－2を用いた．なお，当プログラムは，全部ロードすると約64KBのメモリを要する．当機のメモリのテキストセグメントは，約52KBでありメモリが不足することから，プログラム



井戸コード ： 5538-46-54

1　井戸諸元

帯水層	口径(mm)	ストレーナ深度(m)	自然水位(m)
	200	30.0 - 50.0	7.5

2　揚水試験データ　（試験日　1979.6.14）

（1）　段階揚水試験

揚水流量(l/min)	351	443	622	919	1304	1390
水位(m)	8.0	8.2	8.6	9.5	10.9	11.0

（2）　連続揚水試験　　（揚水流量 ＝ 1304　l/min）

時　間　(min)	1	2	3	5	7	10	20	30	60
水位(m)	7.8	7.9	8.0	8.8	9.1	10.0	10.8	11.0	11.0

時　間　(min)	120	240	360
水位(m)	11.0	11.0	11.0

3　水理定数　　（ 解析法 ： Huntash-Jacobの式 ）

帯水層				漏水層
透水量係数(m2/s)	透水係数(m/s)	貯留係数(1)	比貯留率(1/m)	透水係数(m/s)
0.52D-03	0.26D-04	0.63D+02	0.32D+01	0.11D+00

（ 井戸効率＝ .43　　exp(r/B)＝ 4.32　　ストレーナ長＝ 20.0m　　漏水層厚＝ 1.0m）

図－5　　出　力　例

を分割し，CHAIN文で結合した．

3　結果及びまとめ

出力の例を図－5に示す．計算時間は，計算手順が多い漏水性の場合でも，待ち時間を意識することはなく，1件当たり実質的に図表の出力時間約5分を要するのみである．

このプログラムを用いることにより，帯水層の水理定数を迅速且つ正確に多数求めることが可能となり，地下水にかかわる諸現象の解析を効率的に進めることができる。

参　考　文　献

1）例えば，山本荘毅：新版地下水調査法，古今書院，p．191（1983）．
2）Theis，C．V．：Trans．，Am．Geophys．Union，**16**，519（1935）．
3）Huntash，M．S．and Jacob，C．E．：Trans．，Am．Geophys．Union，**36**－1，95（1955）．